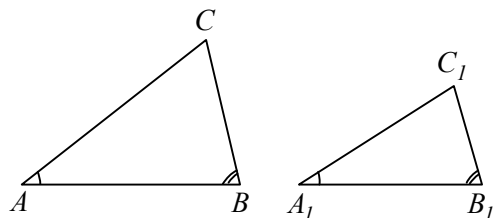


Первый признак подобия треугольников

Теорема. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

**Доказательство**

Чтобы доказать, что треугольники подобны, нужно доказать, что их углы соответственно равны, а сходственные стороны пропорциональны.

По теореме о сумме углов треугольника

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B), \angle C_1 = 180^\circ - (\angle A_1 + \angle B_1).$$

Так как по условию теоремы $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, то $\angle C = \angle C_1$.

Таким образом, углы $\triangle ABC$ соответственно равны углам $\triangle A_1B_1C_1$.

Докажем, что соответствующие стороны $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ пропорциональны. Известно, что если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы, поэтому так как $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$, то

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} \text{ и } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{CA \cdot CB}{C_1A_1 \cdot C_1B_1}.$$

Равны левые части равенств, значит, равны и правые части,

$$\frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} = \frac{CA \cdot CB}{C_1A_1 \cdot C_1B_1} \Rightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}.$$

Аналогично, используя равенства $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, получаем

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AC \cdot AB}{A_1C_1 \cdot A_1B_1} \text{ и } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{BA \cdot BC}{B_1A_1 \cdot B_1C_1};$$

$$\frac{AC \cdot AB}{A_1C_1 \cdot A_1B_1} = \frac{BA \cdot BC}{B_1A_1 \cdot B_1C_1} \Rightarrow \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

Получили, что сходственные стороны $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ пропорциональны, так как $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$.

Таким образом, в $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ углы соответственно равны, а сходственные стороны пропорциональны, следовательно, по определению $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

Итак, если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Ч.т.д.

Следствие. Два равносторонних треугольника подобны.